

**Федеральное государственное бюджетное  
образовательное учреждение высшего образования  
«Северо-Осетинская государственная медицинская академия»  
Министерства здравоохранения Российской Федерации**

---

**Кафедра организации здравоохранения с психологией и  
педагогикой**

**И.Б. Туаева, Л.Н. Габараева, З.А. Бадоева**

**КОРРЕЛЯЦИЯ. ВЫЧИСЛЕНИЕ  
КОЭФФИЦИЕНТА КОРРЕЛЯЦИИ РАНГОВ И  
ОЦЕНКА ЕГО ДОСТОВЕРНОСТИ.**

Учебное пособие для преподавателей

УДК 614.1

### **СОСТАВИТЕЛИ:**

**Туаева И.Б.** – зав. кафедрой организации здравоохранения с психологией и педагогикой ФГБОУ ВО СОГМА Минздрава России

**Габараева Л.Н.** – к.м.н., доцент кафедры организации здравоохранения с психологией и педагогикой ФГБОУ ВО СОГМА Минздрава России

**Бадоева З.А.** – к.м.н., доцент кафедры общественного здоровья, здравоохранения и социально-экономических наук ФГБОУ ВО СОГМА Минздрава России

### **РЕЦЕНЗЕНТЫ:**

**З.Р. Аликова** – д.м.н, профессор, зав. кафедрой гуманитарных, социальных и экономических наук ФГБОУ ВО СОГМА Минздрава России

**К.А. Магаев** – главный врач ГБУЗ «Поликлиника №1» МЗ РСО – Алания, к.м.н., доцент

Учебное пособие «Корреляция. Вычисление коэффициента корреляции рангов и оценка его достоверности» подготовлено по дисциплине общественное здоровье и здравоохранение в соответствии с Федеральным государственным образовательным стандартом высшего профессионального образования.

УДК 614.1

ББК 51.1(2)1

Утверждено и рекомендовано к печати Центральным координационным учебно-методическим советом ФГБОУ ВО СОГМА Минздрава России  
Протокол № 2 от 04.12.2020 г.

## ОГЛАВЛЕНИЕ

ПРЕДИСЛОВИЕ .....	4
Глава 1. КОРРЕЛЯЦИЯ.....	5
1.1. Корреляция, понятие, формы связи .....	5
1.2. Коэффициент корреляции .....	7
1.3. Методы вычисления коэффициента корреляции .....	8
1.4. Коэффициент ранговой корреляции Спирмена.....	9
1.5. Метод квадратов (метод Пирсона) .....	10
1.6. Вычисление ошибки коэффициента корреляции. ....	11
Глава 2. ВЫЧИСЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА КОРРЕЛЯЦИИ РАНГОВ И ОЦЕНКА ЕГО ДОСТОВЕРНОСТИ.....	13
2.1. Вычисление коэффициента корреляции рангов и оценка его достоверности ...	13
2.1.1. Задача №1 .....	13
2.1.2. Задача №2 .....	15
2.1.3. Задача №3 .....	17
2.1.4. Задача №4 .....	19
2.1.5. Задача №5 .....	22
2.2.6. Задача №6 .....	24
2.2.7. Задача №7 .....	26
2.1.8. Задача №8 .....	29
2.1.9. Задача №9 .....	31
2.1.10. Задача №10.....	33
1.1.11. Задача №11 .....	35
ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ .....	37
КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ .....	48
ВОПРОСЫ ТЕСТОВОГО КОНТРОЛЯ .....	49
ЛИТЕРАТУРА.....	52
ПРИЛОЖЕНИЯ.....	53

## ПРЕДИСЛОВИЕ

Современный этап развития общества характеризуется широким внедрением статистики в различные области науки. Трудно назвать область, где статистика не могла бы найти себе применения. Это в полной мере относится к медицине и здравоохранению.

С помощью количественных характеристик, с учетом конкретных исторических условий статистика помогает выявить важнейшие закономерности различных процессов в экономической, социальной жизни общества, в его здоровье, а также в системе организации медицинской помощи населению.

Одним из важнейших элементов исследований является проведение научного анализа полученных данных на основе использования статистических методов.

Деятельность врачей разных специальностей неизменно связана с учетом, разработкой и анализом статистических материалов. Умение обобщить, проанализировать полученную в повседневной медицинской практике информацию позволяет на высшем качественном уровне подходить к решению клинических и организационных проблем. Кроме того, нередко врачу приходится самому проводить научные статистические исследования, потому изучение статистического метода при подготовке врачей имеет большое значение в системе высшего медицинского образования. Статистический анализ позволяет обосновать ту или иную тактику врача в предупреждении и лечении заболеваний.

Настоящее пособие предназначается для практических занятий, внеаудиторной и самостоятельной работы и включает: введение, цели и задачи изучения темы, контрольные вопросы, тестовые задания, решенные задачи с решениями, список обязательной и рекомендуемой литературы.

## КОРРЕЛЯЦИЯ

### 1.1. Корреляция, понятие, формы связи

**Корреляция** (от франц. Correlation - соотношение), **корреляционная зависимость** - взаимозависимость двух или нескольких случайных величин. Суть ее заключается в том, что при изменении значения одной переменной происходит закономерное изменение (уменьшению или увеличению) другой (-их) переменной (-ых).

При расчете корреляций пытаются определить, существует ли статистически достоверная связь между двумя или несколькими переменными в одной или нескольких выборках. Например, взаимосвязь между ростом и весом детей, между стажем работы и производительностью труда и др.

Важно понимать, что корреляционная зависимость отражает только взаимосвязь между переменными и не говорит о причинно-следственных связях. Например, если бы исследуемой выборке между ростом и весом человека существовала корреляционная зависимость то, это не значило бы, что вес является причиной роста человека, иначе сбрасывая лишние килограммы, рост человека также уменьшался. Корреляционная связь лишь говорит о взаимосвязанности данных параметров, причем в данной конкретной выборке, в другой выборке мы можем не наблюдать полученные корреляции. Если сама по себе статистика не в состоянии устанавливать причинность связей, то статистические группировки и построения значительно облегчают возможность установления причинных зависимостей: благодаря числовому выражению явлений и фактов для представителей специального знания открывается более легкая возможность всяких сравнений и сопоставлений в учение о вариациях и наследственности при учетах связей антропологических признаков у отдельных индивидуумов и родственников (цвет глаз и волос, плодородие матери и дочерей и т. п.). Далее метод корреляции получает применение при изучении явлений физического развития человека (размеры роста, веса, окружности

груди и т. д.). Наконец он распространяется и на области изучения социально-экономических явлений (соц. положение и смертность, плодовитость, брачность и т. д.).

*Различают 2 формы связи: функциональную и корреляционную.*

Функциональная связь характеризуется тем, что каждому значению одного признака соответствует строго определенное значение другого признака и изменение величины одного признака вызывает совершенно определенные изменения величины другого признака, т.е. функциональная связь – отражает строгую зависимость процессов или явлений, изменение какого-либо одного явления обязательно связано с изменением другого явления на определенную величину (объем газа и давление, площадь круга зависит от радиуса круга и т.д.). Эта связь характерна для физико-химических процессов и присуща неживой природе.

Корреляционная связь это связь между явлениями, проявляющаяся не в каждом отдельном случае, а при массовом сопоставлении рассматриваемых признаков.

Итак, корреляционная связь — это такая связь, при которой каждому определенному значению одного признака соответствует несколько значений другого взаимосвязанного с ним признака (связь между ростом и массой тела человека; связь между температурой тела и частотой пульса и др.), поэтому она проявляется лишь при массовом сопоставлении признаков в количественно однородной совокупности и характерна для социально-гигиенических и медико-биологических процессов.

Признаки могут быть качественными и количественными негруппированными величинами (абсолютными и производными). Главным является установление причинных взаимосвязей, подтверждающих зависимость одного явления от другого или от какой-то общей причины. С этой целью определяют коэффициент корреляции, который позволяет оценить характер, силу и достоверность взаимосвязи изучаемых признаков.

## 1.2. Коэффициент корреляции

*Показатель корреляции.* Коэффициент корреляции ( $r$ ) характеризует величину отражающую степень взаимосвязи двух переменных между собой. Он может варьировать в пределах от -1 (отрицательная корреляция) до +1 (положительная корреляция). Если коэффициент корреляции равен 0 то, это говорит об отсутствии корреляционных связей между переменными. Причем если коэффициент корреляции ближе к 1 (или -1) то говорится о сильной корреляции, а если ближе к 0, то о слабой.

*При положительной корреляции* увеличение (или уменьшение) значений одной переменной ведет к закономерному увеличению (или уменьшению) другой переменной т.е. взаимосвязи типа увеличение-увеличение (уменьшение-уменьшение).

*При отрицательной корреляции* увеличение (или уменьшение) значений одной переменной ведет к закономерному уменьшению (или увеличению) другой переменной т.е. взаимосвязи типа увеличение-уменьшение.

По направлению связь между явлениями может быть прямая (+) и обратная (-).

Прямая связь (положительный коэффициент корреляции) – с увеличением одного признака увеличивается другой признак (+). Например, чем старше ребенок, тем больше его рост; по мере снижения температуры тела, как правило, частота пульса уменьшается и т.д.

Обратная связь (отрицательный коэффициент корреляции) – с увеличением одного признака (явления) другой уменьшается (-).

Под теснотой (силой) связи понимают степень сопряженности между признаками. Чем больше среднему значению одного признака соответствует среднее значение другого, тем больше теснота, сила связи между ними. Теснота связи определяется величиной коэффициента корреляции от 0 до  $\pm 1$  (табл.).

В зависимости от численного выражения коэффициента корреляции различают связь слабую (0,0 до 0,3), среднюю (от 0,3 до 0,7), сильную от 0,7 до 1,0) и полную (+1) (см. табл. 1).

Таблица 1

Определение тесноты и направления связи по коэффициенту корреляции

ОЦЕНКА КОРРЕЛЯЦИИ	ВЕЛИЧИНА КОЭФФИЦИЕНТА ПРИ НАЛИЧИИ	
	Прямой корреляции (+)	Обратной корреляции (-)
Связь отсутствует	0	0
Малая (низкая, слабая)	От 0 до +0,3	От -0,3 до 0
Средняя	От +0,3 до +0,7	От -0,3 до -0,7
Большая (высокая, сильная)	От +0,7 до +1,0	От -0,7 до -1,0
Полная	+1,0	-1,0

Корреляционная связь может быть прямолинейной и криволинейной.

*Прямолинейная связь* - характеризуется относительно равномерным изменением средних значений одного признака при равных изменениях другого.

*Криволинейная связь* – при равномерном изменении одного признака могут наблюдаться возрастающие или убывающие значения другого признака.

#### Практическое значение установления корреляционной связи.

1. Выявление причинно-следственной связи между факторными и результативными признаками (при оценке физического развития, для определения связи между условиями труда, быта и состоянием здоровья, при определении зависимости частоты случаев болезни от возраста, стажа, наличия производственных вредностей и др.).

2. Зависимость параллельных изменений нескольких признаков от какой-то третьей величины. Например, под воздействием высокой температуры в цехе происходят изменения кровяного давления, вязкости крови, частоты пульса и др.

### **1.3. Методы вычисления коэффициента корреляции**

Для вычисления коэффициента корреляции используют методы рангов, или метод Спирмена «ро» ( $\rho$ ), квадратов, или метод Пирсона ( $r$ ), корреляционной



решетки ( $\eta$ ) и множественной корреляции. Наиболее простым методом является вычисление коэффициента корреляции методом рангов (метод Спирмена), но полученный метод дает приближенные результаты.

#### 1.4. Коэффициент ранговой корреляции Спирмена

Коэффициент ранговой корреляции Спирмена - это непараметрический метод, который используется с целью статистического изучения связи между явлениями. В этом случае определяется фактическая степень параллелизма между двумя количественными рядами изучаемых признаков и дается оценка тесноты установленной связи с помощью количественно выраженного коэффициента.

Практический расчет коэффициента ранговой корреляции Спирмена включает следующие этапы:

- составить два ряда из парных сопоставляемых признаков, обозначив первый и второй ряд соответственно X и Y. При этом представить первый ряд признака в убывающем или возрастающем порядке, а числовые значения второго ряда расположить напротив тех значений первого ряда, которым они соответствуют

- величину признака в каждом из сравниваемых рядов заменить порядковым номером (рангом). Рангами, или номерами, обозначают места показателей (значения) первого и второго рядов. При этом числовым значениям второго признака ранги должны присваиваться в том же порядке, какой был принят при раздаче их величинам первого признака. При одинаковых величинах признака в ряду ранги следует определять как среднее число из суммы порядковых номеров этих величин

- определить разность рангов между x и y ( $d$ ):  $d = x - y$

- возвести полученную разность рангов в квадрат ( $d^2$ )

- получить сумму квадратов разности ( $\sum d^2$ ) и подставить полученные значения в формулу:

$$\rho_{xy} = 1 - \frac{6\Sigma d^2}{n(n^2 - 1)}$$

где  $\Sigma d^2$  - сумма квадратов разностей рангов;

1 и 6 – постоянные коэффициенты;

n – число наблюдений сравниваемых пар.

При использовании коэффициента ранговой корреляции условно оценивают тесноту связи между признаками, считая значения коэффициента равные 0,3 и менее, показателями слабой тесноты связи; значения более 0,4, но менее 0,7 - показателями умеренной тесноты связи, а значения 0,7 и более - показателями высокой тесноты связи.

*Коэффициент ранговой корреляции целесообразно применять:*

- при наличии небольшого количества наблюдений,
- когда нет необходимости в точном установлении силы связи, а достаточно ориентировочных данных,
- когда признаки представлены не только количественными, но и атрибутивными значениями,
- когда ряды распределения признаков имеют открытые варианты

(например, стаж работы до 1 года, 20 лет и более и др.).

Мощность коэффициента ранговой корреляции Спирмена несколько уступает мощности параметрического коэффициента корреляции.

Наиболее точным и часто применяемым является метод квадратов, или метод Пирсона.

### **1.5. Метод квадратов (метод Пирсона)**

*Метод квадратов (метод Пирсона) применяется:*

- когда требуется точное установление силы связи между признаками;
- когда признаки имеют только количественное выражение.

Коэффициент корреляции показывает степень статистической зависимости между двумя числовыми переменными. Он вычисляется следующим образом:

$$r_{xy} = \frac{\Sigma(d_x \times d_y)}{\sqrt{(\Sigma d_x^2 \times \Sigma d_y^2)}}$$

где  $r$  – коэффициент корреляции, вычисленный методом квадратов,

$d_x$  – отклонения вариант от средней величины ( $V_x - M_x$ ),

$d_y$  – отклонения вариант от средней величины ( $V_y - M_y$ ).

Практический расчет коэффициента корреляции (метод Пирсона) включает следующие этапы:

- построить вариационные ряды для каждого из сопоставляемых признаков, обозначив первый и второй ряд чисел соответственно  $x$  и  $y$ ;
- определить для каждого вариационного ряда средние значения ( $M_1$  и  $M_2$ );
- найти отклонения ( $d_x$  и  $d_y$ ) каждого числового значения от среднего значения своего вариационного ряда;
- полученные отклонения перемножить ( $d_x \times d_y$ )
- каждое отклонение возвести в квадрат и суммировать по каждому ряду ( $\sum d_x^2$  и  $d_y^2$ )
- подставить полученные значения в формулу расчета коэффициента корреляции:

$$r_{xy} = \frac{\sum(d_x \times d_y)}{\sqrt{(\sum d_x^2 \times \sum d_y^2)}}$$

Достоверность коэффициента корреляции определяется величиной ошибки и доверительным коэффициентом  $t$ . В том случае, если полученный коэффициент корреляции в 3 раза и более превышает свою ошибку, он считается достоверным.

### 1.6. Вычисление ошибки коэффициента корреляции.

1. Ошибка коэффициента корреляции, вычисленного ранговым методом (Спирмена):

$$m_{\rho_{xy}} = \sqrt{\frac{1 - \rho_{xy}^2}{n - 2}}$$

где  $m_p$  – средняя ошибка коэффициента корреляции, вычисленного методом рангов;

$\rho$  – величина коэффициента корреляции, вычисленного методом рангов;

$n$  – число наблюдений.

2. Ошибка коэффициента корреляции, вычисленного методом квадратов (Пирсона):

$$m_{r_{xy}} = \sqrt{\frac{1 - r_{xy}^2}{n - 2}}$$

где  $m_r$  – ошибка коэффициента корреляции, вычисленного методом квадратов;

$n$  – число наблюдений.

Оценка достоверности коэффициента корреляции, полученного методом ранговой корреляции и методом квадратов

Способ 1.

Достоверность определяется по формуле:

$$t = \frac{\rho_{xr}}{m_{\rho_{xy}}} \quad \text{или} \quad t = \frac{r_{xy}}{m_{r_{xy}}}$$

Критерий  $t$  оценивается по таблице значений  $t$  с учетом числа степеней свободы ( $n - 2$ ), где  $n$  — число парных вариантов. Критерий  $t$  должен быть равен или больше табличного, соответствующего вероятности  $\rho \geq 99\%$ .

Способ 2.

Достоверность оценивается по специальной таблице стандартных коэффициентов корреляции. При этом достоверным считается такой коэффициент корреляции, когда при определенном числе степеней свободы ( $n - 2$ ), он равен или более табличного, соответствующего степени безошибочного прогноза  $\rho \geq 95\%$ .

## Глава 2

### ВЫЧИСЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА КОРРЕЛЯЦИИ РАНГОВ И ОЦЕНКА ЕГО ДОСТОВЕРНОСТИ.

#### Задача №1

#### Вычисление коэффициента корреляции рангов и оценка его достоверности.

На основе приведенных в таблице 1 данных требуется:

- 1) вычислить коэффициент корреляции рангов;
- 2) определить характер и силу связи между соответствующими признаками;
- 3) определить достоверность коэффициента корреляции.

#### Задание.

При проведении комплексных медицинских осмотров у лиц разных возрастов число хронических заболеваний (на 1000 осмотренных данного возраста) составило:

Таблица 1

Результаты комплексных медицинских осмотров у лиц разных возрастов и число хронических заболеваний

Порядковый номер	Возраст, годы	Число хронических заболеваний
1	0-4	748,6
2	5-9	903,8
3	10-14	982,4
4	15-19	1010,6
5	20-24	1281,6
6	25-29	1340,9
7	30-39	1679,6
8	40-49	1944,8
9	50-59	2635,8
10	60-69	3564,7
11	70-79	4071,8

**Решение:**

1. Рангами (порядковыми номерами обозначаем места показателей в рядах «х» и «у», затем находим разность между рангами (**d**) и возводим ее в квадрат (**d<sup>2</sup>**). При обозначении места показателей рангами начинают с большего или с меньшего показателя в обоих рядах (табл.2).

Таблица 2

Вычисление коэффициента корреляции методом рангов

Ранги по возрасту и массе тела		Разность рангов (d)	Квадрат разности рангов (d <sup>2</sup> )
Возраст в годах «х»	Число хронических заболеваний «у»		
1	1	0	0
2	2	0	0
3	3	0	0
4	4	0	0
5	5	0	0
6	6	0	0
7	7	0	0
8	8	0	0
9	9	0	0
10	10	0	0
11	11	0	0
			Σd <sup>2</sup> = 0

Подставляем полученные данные в формулу коэффициента корреляции рангов:

$$R_{xy} = \frac{6 \cdot \Sigma d^2}{n(n^2 - 1)} = 1 - \frac{6 \cdot 0}{11(11^2 - 1)} = 1 - \frac{0}{11 \cdot 120} = 1 - \frac{0}{1320} = 1 - 0 = +1$$

Ответ:  $R_{xy} = +1$

2. Коэффициент корреляции, равный (+1) свидетельствует о наличии прямой полной связи между возрастом и числом хронических заболеваний.

## Задача №2

### Вычисление коэффициента корреляции рангов и оценка его достоверности.

На основе приведенных в таблице 1 данных требуется:

- 1) вычислить коэффициент корреляции рангов;
- 2) определить характер и силу связи между соответствующими признаками;
- 3) определить достоверность коэффициента корреляции.

Задание.

Послеоперационные осложнения и время, прошедшее от момента острого приступа холецистита до начала операции:

Таблица 1  
Результаты послеоперационных осложнений и время, прошедшее от момента острого приступа холецистита до начала операции:

Порядковый номер	Время, часы	Число осложнений
1	До 3	6
2	3-5	8
3	6-8	12
4	9-11	19
5	12-14	20
6	15-17	24
7	18-20	28
8	21-23	34
9	24 и более	46

**Решение:**

1. Рангами (порядковыми номерами обозначаем места показателей в рядах «х»и«у», затем находим разность междурангами (**d**) и возводим ее вквadrat(**d<sup>2</sup>**).При обозначении места показателей рангами начинают с большего или с меньшего показателя в обоих рядах (табл.2).

Таблица 2

Вычисление коэффициента корреляции методом рангов

Ранги по времени и числу осложнений		Разность рангов (d)	Квадрат разности рангов (d <sup>2</sup> )
Время «х»	Число осложнений «у»		
1	1	0	0
2	2	0	0
3	3	0	0
4	4	0	0
5	5	0	0
6	6	0	0
7	7	0	0
8	8	0	0
9	9	0	0
			Σd <sup>2</sup> =0

Подставляем полученные данные в формулу коэффициента корреляции рангов:

$$R_{xy} = 1 - \frac{6 \cdot \Sigma d^2}{n(n^2 - 1)} = 1 - \frac{6 \cdot 0}{9(9^2 - 1)} = 1 - \frac{0}{9 \cdot 48} = 1 - \frac{0}{432} = 1 - 0 = +1$$

Ответ:  $R_{xy} = +1$

2. Коэффициент корреляции, равный (+1) свидетельствует о наличии прямой полной связи между временем и числом послеоперационных осложнений.



### Задача №3

#### Вычисление коэффициента корреляции рангов и оценка его достоверности.

На основе приведенных в таблице данных требуется:

- 1) вычислить коэффициент корреляции рангов;
- 2) определить характер и силу связи между соответствующими признаками;
- 3) определить достоверность коэффициента корреляции.

#### Задание.

Уровни систолического и диастолического давления (в мм.рт. ст.) у 12 здоровых юношей в возрасте 18 лет

Таблица 1

Результаты уровней систолического и диастолического давления (в мм.рт. ст.) у 12 здоровых юношей в возрасте 18 лет

Порядковый номер	Систолическое давление «х»	Диастолическое давление «у»
1	105	65
2	115	70
3	115	65
4	110	65
5	110	70
6	120	75
7	120	75
8	120	70
9	125	75
10	110	70
11	125	80
12	120	80

#### Решение:

1. Рангами (порядковыми номерами обозначаем места показателей в рядах «х» и «у», затем находим разность между рангами ( $d$ ) и возводим ее в квадрат ( $d^2$ ). При обозначении места показателей рангами начинают с большего или с меньшего показателя в обоих рядах (табл.2).

Таблица 2

Вычисление коэффициента корреляции методом рангов

Ранги по систолическому и диастолическому давлению		Разность рангов (d)	Квадрат разности рангов (d <sup>2</sup> )
Систолическое давление «х»	Диастолическое давление «у»		
1	2	-1	1
5,5	5,5	0	0
5,5	2	+3,5	12,25
3	2	+1	1
3	5,5	-2,5	6,25
8,5	9	-0,5	0,25
8,5	9	-0,5	0,25
8,5	5,5	+3	9
11	9	+2	4
3	5,5	-2,5	6,25
12	11,5	+0,5	0,25
8,5	11,5	-3	9
			$\Sigma d^2 = 49,5$

Подставляем полученные данные в формулу коэффициента корреляции рангов:

$$R_{xy} = 1 - \frac{6 \cdot \Sigma d^2}{n(n^2 - 1)} = 1 - \frac{6 \cdot 49,5}{12(12^2 - 1)} = 1 - \frac{297}{12 \cdot 143} = 1 - \frac{297}{1716} = 1 - 0,2 = +0,8$$

Ответ:  $R_{xy} = +0,8$

2. Коэффициент корреляции, равный (+0,8) свидетельствует о наличии прямой сильной связи между уровнем систолического и диастолического давления у 12 здоровых юношей в возрасте 18 лет.

3. Определяем достоверность коэффициента корреляции:

а) вычисляем его ошибку:

$$m_p = \sqrt{\frac{1 - p_{xy}^2}{n - 2}} = \sqrt{\frac{1 - 0,8^2}{12 - 2}} = \sqrt{\frac{1 - 0,64}{10}} = \sqrt{\frac{0,36}{10}} = \sqrt{0,036} = +0,2$$

б) определяем его доверительный коэффициент (t) и степень вероятности безошибочного прогноза (p):  $t = \frac{R_{xy}}{m_p} = \frac{0,8}{0,2} = 4$ . При  $t = 4$ ,  $p > 99\%$

#### Задача №4

### Вычисление коэффициента корреляции рангов и оценка его достоверности.

На основе приведенных в таблице 1 данных требуется:

- 1) вычислить коэффициент корреляции рангов;
- 2) определить характер и силу связи между соответствующими признаками;
- 3) определить достоверность коэффициента корреляции.

#### Задание.

Результаты измерения роста и массы тела студентов в возрасте 20 лет

Таблица 1

Результаты роста и массы тела студентов

Порядковый номер	Рост, см.	Масса тела, кг.
1	157	56
2	158	55
3	160	57
4	165	57
5	167	58
6	162	60
7	171	63
8	174	65
9	168	67
10	176	72
11	170	79
12	180	82

#### Решение:

1. Рангами (порядковыми номерами обозначаем места показателей в рядах «х» и «у», затем находим разность между рангами ( $d$ ) и возводим ее в квадрат ( $d^2$ ). При обозначении места показателей рангами начинают с большего или с меньшего показателя в обоих рядах (табл.2).

2. Если отдельные показатели ряда встречаются несколько раз (57, 57) ранги проставляются следующим образом: масса тела 57 кг. встречается дважды занимая по величине 3-е и 4-е места, поэтому порядковые номера в этом случае будут равны  $\frac{3+4}{2} = 3,5$ , т.е. против каждого показателя 57 кг. будет проставлен ранг 3,5 и т.д.

Таблица 2  
Вычисление коэффициента корреляции методом рангов

Ранги по росту и массе тела		Разность рангов (d)	Квадрат разности рангов (d <sup>2</sup> )
Рост, см. «x»	Масса тела, кг. «y»		
1	2	-1	1
2	1	+1	1
3	3,5	-0,5	0,25
5	3,5	+1,5	2,25
6	5	+1	1
4	6	-2	4
9	7	+2	4
10	8	+2	4
7	9	-2	4
11	10	+1	1
8	11	-3	9
12	12	0	0
			$\Sigma d^2 = 31,5$

Подставляем полученные данные в формулу коэффициента корреляции рангов:

$$R_{xy} = 1 - \frac{6 \cdot \Sigma d^2}{n(n^2 - 1)} = 1 - \frac{6 \cdot 31,5}{12(12^2 - 1)} = 1 - \frac{189}{12 \cdot 143} = 1 - \frac{189}{1716} = 1 - 0,11 = +0,9$$

Ответ:  $R_{xy} = +0,9$

3. Коэффициент корреляции, равный (+0,9) свидетельствует о наличии прямой сильной связи между ростом и массой тела студентов в возрасте 20 лет.

4. Определяем достоверность коэффициента корреляции:

а) вычисляем его ошибку:

$$m_p = \sqrt{\frac{1-p_{xy}^2}{n-2}} = \sqrt{\frac{1-0,9^2}{12-2}} = \sqrt{\frac{1-0,81}{10}} = \sqrt{\frac{0,19}{10}} = \sqrt{0,019} = +0,1$$

б) определяем его доверительный коэффициент (t) и степень вероятности безошибочного прогноза (p):  $t = \frac{P_{xy}}{m_p} = \frac{0,9}{0,1} = 9$ . При  $t = 9$ ,  $p > 99$

## Задача №5

### Вычисление коэффициента корреляции рангов и оценка его достоверности.

На основе приведенных в таблице 1 данных требуется:

- 1) вычислить коэффициент корреляции рангов;
- 1) определить характер и силу связи между соответствующими признаками;
- 2) определить достоверность коэффициента корреляции.

#### Задание 5

Вероятность смерти от сосудистых поражений головного мозга на 10 000 женщин в зависимости от возраста:

Таблица 1  
Результаты смерти от сосудистых поражений головного мозга женщин в зависимости от возраста

Порядковый номер	Возраст, годы «х»	Вероятность смерти «у»
1	15-19	5,0
2	20-24	5,6
3	25-29	5,7
4	30-34	5,7
5	36-39	5,6
6	40-44	7,6
7	45-49	7,7
8	50-54	9,3
9	55-59	10,7
10	60-64	10,5
11	70-74	14,1
12	75-79	15,0
13	80 и старше	23,2

#### Решение:

1. Рангами (порядковыми номерами обозначаем места показателей в рядах «х» и «у», затем находим разность между рангами (**d**) и возводим ее в квадрат (**d<sup>2</sup>**). При обозначении места показателей рангами начинают с большего или с меньшего показателя в обоих рядах (табл.2).

Таблица 2  
Вычисление коэффициента корреляции методом рангов

Ранги по возрасту и вероятности смерти		Разность рангов (d)	Квадрат разности рангов (d <sup>2</sup> )
Возраст, годы «х»	Вероятность смерти «у»		
1	1	0	0
2	2,5	-0,5	0,25
3	4,5	-1,5	2,25
4	4,5	-0,5	0,25
5	2,5	+2,5	6,25
6	6	0	0
7	7	0	0
8	8	0	0
9	10	-1	1
10	9	+1	1
11	11	0	0
12	12	0	0
13	13	0	0
			Σd <sup>2</sup> =11,0

Подставляем полученные данные в формулу коэффициента корреляции рангов:

$$R_{xy} = 1 - \frac{6 \cdot \Sigma d^2}{n(n^2-1)} = 1 - \frac{6 \cdot 11,0}{13(13^2-1)} = 1 - \frac{66}{13 \cdot 168} = 1 - \frac{66}{2184} = 1 - 0,03 = +0,97$$

Ответ:  $R_{xy} = +0,97$

2. Коэффициент корреляции, равный (+0,97) свидетельствует о наличии прямой сильной связи между возрастом и вероятностью смерти от сосудистых поражений головного мозга женщин.

3. Определяем достоверность коэффициента корреляции:

а) вычисляем его ошибку:

$$m_p = \sqrt{\frac{1-p_{xy}^2}{n-2}} = \sqrt{\frac{1-0,97^2}{13-2}} = \sqrt{\frac{1-0,94}{11}} = \sqrt{\frac{0,06}{11}} = \sqrt{0,005} = +0,07$$

б) определяем его доверительный коэффициент (t) и степень вероятности безошибочного прогноза (p):

$$t = \frac{R_{xy}}{m_p} = \frac{0,97}{0,07} = 13,9. \text{ При } t = 13,9, p > 99\%$$

## Задача №6

### Вычисление коэффициента корреляции рангов и оценка его достоверности.

На основе приведенных в таблице 1 данных требуется:

- 1) вычислить коэффициент корреляции рангов;
- 2) определить характер и силу связи между соответствующими признаками;
- 3) определить достоверность коэффициента корреляции.

#### Задание 6

Возраст матери и количество сцеженного и высосанного грудного молока

Таблица 1

Результаты исследования возраста матери и количество сцеженного и высосанного грудного молока

Порядковый номер	Возраст матери, годы «х»	Количество молокаг. «у»
1	15	110
2	18	110
3	21	115
4	24	110
5	27	105
6	30	90
7	33	95
8	39	90
9	39	85
10	42	80

#### Решение:

1. Рангами (порядковыми номерами обозначаем места показателей в рядах «х» и «у», затем находим разность между рангами ( $d$ ) и возводим ее в квадрат ( $d^2$ ). При обозначении места показателей рангами начинают с большего или с меньшего показателя в обоих рядах (табл.2).



Таблица 2  
Вычисление коэффициента корреляции методом рангов

Ранги по возрасту и и количеству молока		Разность рангов (d)	Квадрат разности рангов (d <sup>2</sup> )
Возраст, годы «х»	Количество молока, гр.		
1	8	-7	49
2	8	-6	36
3	10	-7	49
4	8	-4	16
5	6	-1	1
6	3,5	+2,5	6,25
7	5	+2	4
8,5	3,5	+5	25
8,5	2	+6,5	42,25
10	1	+9	81
			Σd <sup>2</sup> =309,5

Подставляем полученные данные в формулу коэффициента корреляции рангов:

$$R_{xy} = 1 - \frac{6 \cdot \Sigma d^2}{n(n^2 - 1)} = 1 - \frac{6 \cdot 309,5}{10(10^2 - 1)} = 1 - \frac{1857}{10 \cdot 99} = 1 - \frac{1857}{990} = 1 - 1,88 = +0,9$$

Ответ:  $R_{xy} = +0,9$

2. Коэффициент корреляции, равный (+0,88) свидетельствует о наличии прямой сильной связи между возрастом матери и количеством сцеженного и высосанного грудного молока.

3. Определяем достоверность коэффициента корреляции:

а) вычисляем его ошибку:

$$m_p = \sqrt{\frac{1 - r_{xy}^2}{n - 2}} = \sqrt{\frac{1 - 0,9^2}{10 - 2}} = \sqrt{\frac{1 - 0,81}{8}} = \sqrt{\frac{0,19}{8}} = \sqrt{0,02} = +0,1$$

б) определяем его доверительный коэффициент (t) и степень вероятности безошибочного прогноза (p):

$$t = \frac{R_{xy}}{m_p} = \frac{0,9}{0,2} = 4,5; \text{ При } t = 4,5, p > 99\%$$

## Задача 7

### Вычисление коэффициента корреляции рангов и оценка его достоверности.

На основе приведенных данных в таблице 1 требуется:

- 1) вычислить коэффициент корреляции рангов;
- 2) определить характер и силу связи между соответствующими признаками;
- 3) определить достоверность коэффициента корреляции.

#### Задание 7

Длина и масса тела у 12 девочек в возрасте 5 лет (табл. 1):

Таблица 1

Порядковый номер	Длина тела(см.) «х»	Масса тела(кг.) «у»
1	87	13
2	95	14
3	115	20
4	89	12
5	90	14
6	90	15
7	101	17
8	95	15
9	110	18
10	110	21
11	88	14
12	93	16

#### Решение.

1. Рангами (порядковыми номерами) обозначаем места показателей в рядах «х» и «у» (табл. 2), затем находим разность между рангами ( $d$ ) и возводим ее в квадрат ( $d^2$ ). При обозначении места показателей рангами начинают с меньшего (или с большего).

Если отдельные показатели ряда встречаются несколько раз (90, 95, 110) ранги проставляются следующим образом: длина тела 90 см. встречается дважды занимая по величине 4-е и 5-е места, поэтому порядковые номера в этом случае

будут равны  $\frac{4+5}{2} = 4,5$ , т.е. против каждого показателя 90 см.. будет проставлен ранг 4,5 и т.д.

Таблица 2

Результаты длины и массы тела у 12 девочек в возрасте 5 лет

Длина тела (см.) x	Масса тела (кг.) y	Ранги по длине и массе тела		Разность рангов d = (x-y)	Квадрат разности рангов d <sup>2</sup>
		X	Y		
87	13	1	2	-1	1
95	14	7,5	4	+3,5	12,25
115	20	12	11	+1	1
89	12	3	1	+2	4
90	14	4,5	4	+0,5	0,25
90	15	4,5	6,5	-2	4
101	17	9	9	0	0
95	15	7,5	6,5	+1	1
110	18	10,5	10	+0,5	0,25
110	21	10,5	12	-1,5	2,25
88	14	2	4	-2	4
93	16	6	8	-2	4
					$\Sigma d^2 = 34$

Подставляем полученные данные в формулу коэффициента корреляции рангов:

$$\rho_{xy} = 1 - \frac{6\Sigma d^2}{n(n^2-1)} = 1 - \frac{6 \times 34}{12(12^2-1)} = 1 - \frac{204}{1716} = 1 - 0,12 = 0,9$$

Ответ:  $\rho_{xy} = +0,9$

2. Коэффициент корреляции, равный + 0,9, свидетельствует о наличии прямой сильной связи между ростом девочек и массой их тела.

3. Определяем достоверность коэффициента ранговой корреляции.

1-й способ. Определяем ошибку ( $m_{\rho_{xy}}$ ) коэффициента ранговой корреляции и оцениваем достоверность его с помощью критерия t:

$$m_{\rho_{xy}} = \sqrt{\frac{1-\rho_{xy}^2}{n-2}} = \sqrt{\frac{1-0,9^2}{12-2}} = \sqrt{\frac{1-0,81}{10}} = \sqrt{\frac{0,19}{10}} = \sqrt{0,019} = 0,1$$

$$t = \frac{\rho_{xy}}{m_{\rho_{xy}}} = \frac{0,9}{0,1} = 9;$$

Полученный критерий  $t = 9$  соответствует вероятности безошибочного прогноза  $\rho$  больше 99 %:

$$\rho_{xy} = 0,9; \quad t = 9; \quad \rho > 99\%.$$

2-й способ. Достоверность коэффициента корреляции оценивается по таблице «Стандартных коэффициентов корреляции». При числе степеней свободы  $(n - 2) = 12 - 2 = 10$  наш расчетный коэффициент корреляции  $\rho_{xy} = 0,9$  больше табличного 0,708 что соответствует вероятности безошибочного прогноза больше 99%. Это позволяет считать полученный коэффициент ранговой корреляции достоверным.

**Вывод.** С вероятностью безошибочного прогноза ( $\rho$ ) больше 99% установлено, что чем больше рост, тем больше масса тела (связь прямая, сильная, достоверная корреляционная:  $\rho_{xy} = 0,9$ ,  $\rho > 99\%$ ).

## Задача №8

### Вычисление коэффициента корреляции рангов и оценка его достоверности.

На основе приведенных в таблице 1 данных требуется:

- 1) вычислить коэффициент корреляции рангов;
- 3) определить характер и силу связи между соответствующими признаками;
- 4) определить достоверность коэффициента корреляции.

Задание.

Смертность от рака молочной железы и от рака шейки матки в 5 районах области (А, Б, В, Г, Д):

Таблица 1

Результаты смерти от рака молочной железы и рака шейки матки в пяти районах области на (100 000 женщин)

Порядковый номер	РАЙОНЫ	Рак молочной железы «х»	Рак шейки матки «у»
1	А	28,6	14,9
2	Б	23,5	13,4
3	В	21,1	16,3
4	Г	5,8	15,3
5	Д	3,3	19,1

**Решение:**

4. Рангами (порядковыми номерами обозначаем места показателей в рядах «х» и «у», затем находим разность между рангами (**d**) и возводим ее в квадрат (**d<sup>2</sup>**). При обозначении места показателей рангами начинают с большего или с меньшего показателя в обоих рядах (табл.2).

Таблица 2  
Вычисление коэффициента корреляции методом рангов

Ранги по смертности от рака молочной железы и шейки матки		Разность рангов (d)	Квадрат разности рангов (d <sup>2</sup> )
Рак молочной железы «х»	Рак шейки матки «у»		
5	2	3	9
4	1	3	9
3	4	-1	1
2	3	-1	1
1	5	-4	16
			Σ d <sup>2</sup> = 36

Подставляем полученные данные в формулу коэффициента корреляции рангов:

$$R_{xy} = \frac{6 \cdot \Sigma d^2}{n(n^2 - 1)} = 1 - \frac{6 \cdot 36}{5(5^2 - 1)} = 1 - \frac{216}{120} = 1 - 1,8 = -0,8$$

Ответ:  $R_{xy} = -0,8$

5. Коэффициент корреляции, равный (-0,8) свидетельствует о наличии обратной сильной связи между раком молочной железы и раком шейки матки.

6. Определяем достоверность коэффициента корреляции:

а) вычисляем его ошибку:

$$m_p = \sqrt{\frac{1 - p_{xy}^2}{n - 2}} = \sqrt{\frac{1 - 0,8^2}{5 - 2}} = \sqrt{\frac{1 - 0,64}{3}} = \sqrt{\frac{0,36}{3}} = \sqrt{0,12} = +0,3$$

б) определяем его доверительный коэффициент (t) и степень вероятности безошибочного прогноза (p):

$$t = \frac{R_{xy}}{m_p} = \frac{-0,8}{0,3} = -2,6; \text{ При } t = -2,6; p < 99\%$$

## Задача 9

### Вычисление коэффициента корреляции рангов и оценка его достоверности.

На основе приведенных данных в таблице 1 требуется:

- 1) вычислить коэффициент корреляции рангов;
- 2) определить характер и силу связи между соответствующими признаками;
- 3) определить достоверность коэффициента корреляции.

#### Задание 9

Длина и масса тела у 10 новорожденных.

Таблица 1

Результаты длины и массы тела у 10 новорожденных (табл. 1).

Порядковый номер	Длина тела (см.) «х»	Масса тела(кг.) «у»
1	35	4,5
2	48	3,6
3	52	4,1
4	50	4,0
5	47	3,2
6	53	3,8
7	52	3,9
8	50	3,9
9	51	1,0
10	54	4,3

#### Решение:

1. Рангами (порядковыми номерами обозначаем места показателей в рядах «х» и «у», затем находим разность между рангами ( $d$ ) и возводим ее в квадрат ( $d^2$ ). При обозначении места показателей рангами начинают с большего или с меньшего показателя в обоих рядах (табл.2).

2. Если отдельные показатели ряда встречаются несколько раз (50, 52) ранги проставляются следующим образом: длина тела 50 см. встречается, дважды занимая по величине 4-е и 5-е места, поэтому порядковые номера в

этом случае будут равны  $\frac{4+5}{2} = 4,5$ , т.е. против каждого показателя 50 см.. будет проставлен ранг 4,5 и т.д.

Таблица 2

Вычисление коэффициента корреляции методом рангов

Ранги по росту и массе тела		Разность рангов (d)	Квадрат разности рангов (d <sup>2</sup> )
Рост, см. «x»	Масса тела, кг. «y»		
1	10	-9	81
3	2	1	1
7,5	8	-0,5	0,25
4,5	6,5	-2	4
2	1	+1	1
9	3	+6	36
7,5	4,5	+3	9
4,5	4,5	0	0
6	6,5	-0,5	0,25
10	9	+1	1
			Σ d <sup>2</sup> = 133,5

Подставляем полученные данные в формулу коэффициента корреляции рангов:

$$R_{xy} = \frac{6 \cdot \Sigma d^2}{n(n^2-1)} = 1 - \frac{6 \cdot 133,5}{10(10^2-1)} = 1 - \frac{801}{10 \cdot 99} = 1 - \frac{801}{990} = 1 - 0,8 = +0,2$$

Ответ:  $R_{xy} = +0,2$

3. Коэффициент корреляции, равный (+0,2) свидетельствует о наличии прямой слабой связи между ростом и массой тела студентов в возрасте 20 лет.

4. Определяем достоверность коэффициента корреляции:

а) вычисляем его ошибку:

$$m_p = \sqrt{\frac{1-p_{xy}^2}{n-2}} = \sqrt{\frac{1-0,2^2}{10-2}} = \sqrt{\frac{1-0,04}{8}} = \sqrt{\frac{0,96}{8}} = \sqrt{0,12} = +0,3$$

б) определяем его доверительный коэффициент (t) и степень вероятности безошибочного прогноза (p):  $t = \frac{R_{xy}}{m_p} = \frac{0,2}{0,3} = 0,7$ , При  $t = 0,7$   $p < 99\%$ .



## Задача 10

На основе приведенных в таблице 1 данных требуется:

- 1) вычислить коэффициент корреляции рангов;
- 2) определить характер и силу связи между соответствующими признаками;
- 3) определить достоверность коэффициента корреляции.

### Задание 10

Частота раннего прикорма и заболеваемость желудочно-кишечными заболеваниями на 100 детей в возрасте до 1 года в 5 районах области.

Таблица 1

Результаты измерения частоты раннего прикорма и  
желудочно-кишечных заболеваний.

Порядковый номер	Частота раннего прикорма «х»	Желудочно-кишечные заболевания «у»
1	8,0	15,0
2	12,0	20,0
3	16,0	30,0
4	20,0	25,0
5	25,0	35,0

### Решение:

1. Рангами (порядковыми номерами обозначаем места показателей в рядах «х» и «у», затем находим разность между рангами (**d**) и возводим ее в квадрат (**d<sup>2</sup>**).

2. При обозначении места показателей рангами начинают с большего или с меньшего показателя в обоих рядах (табл.2).

Таблица 2.

## Вычисление коэффициента корреляции методом рангов

Ранги по раннему прикорму и желудочно-кишечных заболеваний		Разность рангов (d)	Квадрат разности рангов (d <sup>2</sup> )
Ранний прикорм «х»	Желудочно-кишечные заболевания «у»		
1	1	0	0
2	2	0	0
3	4	-1	1
4	3	1	1
5	5	0	0
			Σd <sup>2</sup> = 2

Подставляем полученные данные в формулу коэффициента корреляции рангов:

$$R_{xy} = \frac{6 \cdot \Sigma d^2}{n(n^2-1)} = 1 - \frac{6 \cdot 2}{5(5^2-1)} = 1 - \frac{12}{5 \cdot 24} = 1 - \frac{12}{120} = 1 - 0,1 = +0,9$$

Ответ:  $R_{xy} = +0,9$

3. Коэффициент корреляции, равный (+0,9) свидетельствует о наличии прямой сильной связи между частотой раннего прикорма и желудочно-кишечными заболеваниями.

4. Определяем достоверность коэффициента корреляции:

а) вычисляем его ошибку:

$$m_p = \sqrt{\frac{1-p_{xy}^2}{n-2}} = \sqrt{\frac{1-0,9^2}{5-2}} = \sqrt{\frac{1-0,81}{3}} = \sqrt{\frac{0,19}{3}} = \sqrt{0,06} = +0,2$$

б) определяем его доверительный коэффициент (t) и степень

вероятности безошибочного прогноза (p):

$$t = \frac{R_{xy}}{m_p} = \frac{0,9}{0,2} = 4,5; \text{ При } t = 4,5, p > 99\%.$$

## Задача 11

На основе приведенных в таблице 1 данных требуется:

- 1) вычислить коэффициент корреляции рангов;
- 2) определить характер и силу связи между соответствующими признаками;
- 3) определить достоверность коэффициента корреляции.

### Задание

Длина и масса тела у 10 девочек в возрасте 6 лет (табл. 1).

Таблица 1

Результаты длины и массы тела у 10 девочек в возрасте 6 лет

Порядковый номер	Длина тела(см.) «x»	Масса тела(кг.) «y»
1	95	15
2	93	14
3	98	15
4	108	19
5	106	16
6	101	15
7	110	16
8	105	15
9	107	17
10	112	21

### Решение:

5. Рангами (порядковыми номерами обозначаем места показателей в рядах «x» и «y», затем находим разность между рангами (**d**) и возводим ее в квадрат (**d<sup>2</sup>**). При обозначении места показателей рангами начинают с большего или с меньшего показателя в обоих рядах (табл.2).
6. Если отдельные показатели ряда встречаются несколько раз (15, 16) ранги проставляются следующим образом: масса тела 15кг. встречается, четырежды занимая по величине 2-е, 3-е, 4-е и 5-е места,

поэтому порядковые номера в этом случае будут равны  $\frac{2+3+4+5}{4} = 3,5$   
т.е. против каждого показателя 15 кг.будет проставлен ранг 3,5 и т.д.

Таблица 2

Вычисление коэффициента корреляции методом рангов

Ранги по росту и массе тела		Разность рангов (d)	Квадрат разности рангов (d <sup>2</sup> )
Рост, см. «х»	Масса тела, кг. «у»		
2	3,5	-1,5	2,25
1	1	0	0
3	3,5	-0,5	0,25
8	9	-1	1
6	6,5	+0,5	0,25
4	3,5	+0,5	0,25
9	6,5	+2,5	6,25
5	3,5	+1,5	2,25
7	8	-1	1
10	10	0	0
			Σ d <sup>2</sup> = 13,5

Подставляем полученные данные в формулу коэффициента корреляции рангов:

$$R_{xy} = 1 - \frac{6 \cdot \Sigma d^2}{n(n^2 - 1)} = 1 - \frac{6 \cdot 13,5}{10(10^2 - 1)} = 1 - \frac{81}{10 \cdot 99} = 1 - \frac{81}{990} = 1 - 0,08 = +0,9$$

Ответ:  $R_{xy} = +0,9$

7. Коэффициент корреляции, равный (+0,92) свидетельствует о наличии прямой сильной связи между ростом и массой тела девочек в возрасте 6 лет.

8. Определяем достоверность коэффициента корреляции:

а) вычисляем его ошибку:

$$m_p = \sqrt{\frac{1 - r_{xy}^2}{n - 2}} = \sqrt{\frac{1 - 0,9^2}{10 - 2}} = \sqrt{\frac{1 - 0,81}{8}} = \sqrt{\frac{0,19}{8}} = \sqrt{0,02} = +0,2$$

б) определяем его доверительный коэффициент (t) и степень вероятности безошибочного прогноза (p):  $t = \frac{R_{xy}}{m_p} = \frac{0,9}{0,2} = 4,5$ , При  $t = 4,5 p > 99\%$ .

## ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ

### Вычисление коэффициента корреляции рангов и оценка его достоверности.

#### Задача №1

На основе приведенных в таблице 1 данных требуется:

- 1) вычислить коэффициент корреляции рангов;
- 2) определить характер и силу связи между соответствующими признаками;
- 3) определить достоверность коэффициента корреляции.

#### Задание

Вероятность смерти от сосудистых поражений головного мозга на 10 000 женщин в зависимости от возраста:

Таблица 1

Результаты смерти от сосудистых поражений головного мозга женщин в зависимости от возраста

Порядковый номер	Возраст, годы «х»	Вероятность смерти «у»
1	15-19	5,0
2	20-24	5,6
3	25-29	5,7
4	30-34	5,7
5	36-39	5,6
6	40-44	7,6
7	45-49	7,7
8	50-54	9,3
9	55-59	10,7
10	60-64	10,5
11	70-74	14,1
12	75-79	15,0
13	80 и старше	23,2

## Задача №2

На основе приведенных в таблице 1 данных требуется:

- 1) вычислить коэффициент корреляции рангов;
- 2) определить характер и силу связи между соответствующими признаками;
- 3) определить достоверность коэффициента корреляции.

### Задание.

Результаты измерения роста и массы тела студентов в возрасте 20 лет

Таблица 1

Результаты роста и массы тела студентов

Порядковый номер	Рост, см.	Масса тела, кг.
1	157	56
2	158	55
3	160	57
4	165	57
5	167	58
6	162	60
7	171	63
8	174	65
9	168	67
10	176	72
11	170	79
12	180	82

### Задача №3

На основе приведенных в таблице 1 данных требуется:

- 1) вычислить коэффициент корреляции рангов;
- 2) определить характер и силу связи между соответствующими признаками;
- 3) определить достоверность коэффициента корреляции.

#### Задание.

При проведении комплексных медицинских осмотров у лиц разных возрастов число хронических заболеваний (на 1000 осмотренных данного возраста) составило:

Таблица 1

Результаты комплексных медицинских осмотров у лиц разных возрастов и число хронических заболеваний

Порядковый номер	Возраст, годы	Число хронических заболеваний
1	0-4	748,6
2	5-9	903,8
3	10-14	982,4
4	15-19	1010,6
5	20-24	1281,6
6	25-29	1340,9
7	30-39	1679,6
8	40-49	1944,8
9	50-59	2635,8
10	60-69	3564,7
11	70-79	4071,8

### Задача №4

На основе приведенных в таблице данных требуется:

- 1) вычислить коэффициент корреляции рангов;
- 2) определить характер и силу связи между соответствующими признаками;
- 3) определить достоверность коэффициента корреляции.

**Задание.**

Уровни систолического и диастолического давления (в мм.рт. ст.) у 12 здоровых юношей в возрасте 18 лет

Таблица 1

Результаты уровней систолического и диастолического давления  
(в мм.рт. ст.) у 12 здоровых юношей в возрасте 18 лет

Порядковый номер	Систолическое давление «х»	Диастолическое давление «у»
1	105	65
2	115	70
3	115	65
4	110	65
5	110	70
6	120	75
7	120	75
8	120	70
9	125	75
10	110	70
11	125	80
12	120	80

**Задача №5**



На основе приведенных в таблице 1 данных требуется:

- 1) вычислить коэффициент корреляции рангов;
- 2) определить характер и силу связи между соответствующими признаками;
- 3) определить достоверность коэффициента корреляции.

**Задание.**

Послеоперационные осложнения и время, прошедшее от момента острого приступа холецистита до начала операции:

Таблица 1

Результаты послеоперационных осложнений и время, прошедшее от момента острого приступа холецистита до начала операции:

Порядковый номер	Время, часы	Число осложнений
1	До 3	6
2	3-5	8
3	6-8	12
4	9-11	19
5	12-14	20
6	15-17	24
7	18-20	28
8	21-23	34
9	24 и более	46

**Задача №6**

На основе приведенных в таблице 1 данных требуется:

- 1) вычислить коэффициент корреляции рангов;
- 4) определить характер и силу связи между соответствующими признаками;
- 5) определить достоверность коэффициента корреляции.

### Задание

Возраст матери и количество сцеженного и высосанного грудного молока

Таблица 1

Результаты исследования возраста матери и количество сцеженного и высосанного грудного молока

Порядковый номер	Возраст матери, годы «х»	Количество молокаг. «у»
1	15	110
2	18	110
3	21	115
4	24	110
5	27	105
6	30	90
7	33	95
8	39	90
9	39	85
10	42	80

На основе приведенных данных в таблице 1 требуется:

- 1) вычислить коэффициент корреляции рангов;
- 2) определить характер и силу связи между соответствующими признаками;
- 3) определить достоверность коэффициента корреляции.

### Задание

Длина и масса тела у 12 девочек в возрасте 5 лет (табл. 1):

Таблица 1

Порядковый номер	Длина тела(см.) «х»	Масса тела(кг.) «у»
1	87	13
2	95	14
3	115	20
4	89	12
5	90	14
6	90	15
7	101	17
8	95	15
9	110	18
10	110	21
11	88	14
12	93	16

### Задача №8

На основе приведенных в таблице 1 данных требуется:

- 1) вычислить коэффициент корреляции рангов;
- 2) определить характер и силу связи между соответствующими признаками;
- 3) определить достоверность коэффициента корреляции.

### Задание

Смертность от рака молочной железы и от рака шейки матки в 5 районах области (А, Б, В, Г, Д):

Таблица 1

Результаты смерти от рака молочной железы и рака шейки матки в пяти районах области на (100 000 женщин)

Порядковый номер	РАЙОНЫ	Рак молочной железы «х»	Рак шейки матки «у»
1	А	28,6	14,9
2	Б	23,5	13,4
3	В	21,1	16,3
4	Г	5,8	15,3
5	Д	3,3	19,1

На основе приведенных данных в таблице 1 требуется:

- 1) вычислить коэффициент корреляции рангов;
- 2) определить характер и силу связи между соответствующими признаками;
- 3) определить достоверность коэффициента корреляции.

### Задание

Длина и масса тела у 10 новорожденных (табл. 1).

Таблица 1

Результаты длины и массы тела у 10 новорожденных

Порядковый номер	Длина тела (см.) «x»	Масса тела(кг.) «y»
1	35	4,5
2	48	3,6
3	52	4,1
4	50	4,0
5	47	3,2
6	53	3,8
7	52	3,9
8	50	3,9
9	51	1,0
10	54	4,3

### Задача 10

На основе приведенных в таблице 1 данных требуется:

- 1) вычислить коэффициент корреляции рангов;
- 2) определить характер и силу связи между соответствующими признаками;
- 3) определить достоверность коэффициента корреляции.

#### Задание

Частота раннего прикорма и заболеваемость желудочно-кишечными заболеваниями на 100 детей в возрасте до 1 года в 5 районах области.

Таблица 1

Результаты измерения частоты раннего прикорма и  
желудочно-кишечных заболеваний.

Порядковый номер	Частота раннего прикорма «х»	Желудочно-кишечные заболевания «у»
1	8,0	15,0
2	12,0	20,0
3	16,0	30,0
4	20,0	25,0
5	25,0	35,0

## Задача 11

На основе приведенных в таблице 1 данных требуется:

- 4) вычислить коэффициент корреляции рангов;
- 5) определить характер и силу связи между соответствующими признаками;
- 6) определить достоверность коэффициента корреляции.

### Задание

Длина и масса тела у 10 девочек в возрасте 6 лет (табл. 1).

Таблица 1

Результаты длины и массы тела у 10 девочек в возрасте 6 лет

Порядковый номер	Длина тела(см.) «x»	Масса тела(кг.) «y»
1	95	15
2	93	14
3	98	15
4	108	19
5	106	16
6	101	15
7	110	16
8	105	15
9	107	17
10	112	21

1. Корреляция, понятие, формы связи
2. Коэффициент корреляции
3. Направление корреляционной связи.
4. Сила корреляционной связи.
5. Методы вычисления коэффициента корреляции
6. Коэффициент ранговой корреляции Спирмена, применение
7. Метод квадратов (метод Пирсона), применение
8. Методы определения корреляционной связи между признаками, их применение в здравоохранении.
9. Вычисление ошибки коэффициента корреляции.



001. Коэффициент корреляции не может быть равен...

- а) 1,0
- б) 0,5
- в) **1,5**
- г) 0,0

002. При оценке коэффициента корреляции учитывается

- а) направление связи между признаками
- б) направление связи между признаками и ее сила
- в) направление связи между признаками, ее сила и ошибка репрезентативности
- г) направление связи между признаками, ее сила, ошибка репрезентативности и величина критерия Стьюдента

003. При корреляционном анализе используются коэффициенты

- а) вариации
- б) регрессии
- в) корреляции
- г) соотношения
- д) все перечисленное верно

004. Корреляционный анализ используется

- а) для сравнения степени однородности исследуемых совокупностей
- б) для расчета обобщающих коэффициентов, характеризующих различные стороны каждого из изучаемых признаков
- в) для выявления взаимодействия факторов, определения силы и направленности
- г) для определения пределов возможных колебаний выборочных показателей при данном числе наблюдений
- д) все перечисленное верно

005 При проведении корреляционного анализа необходимо учитывать следующие параметры:

- а) направление связи между признаками, её силу и ошибку репрезентативности
- б) направление связи между признаками, её силу, ошибку репрезентативности и величину коэффициента вариации
- в) направление связи между признаками, её силу, ошибку репрезентативности и величину критерия достоверности

006 При следующих условиях применяется только коэффициент ранговой корреляции:

- а) когда нужны лишь ориентировочные данные о наличии связи

- б) когда ряды распределения величин взаимосвязанных признаков имеют только закрытые варианты
- в) когда ряды распределения взаимосвязанных признаков имеют количественное выражение
- г) когда ряды распределения взаимосвязанных признаков имеют открытые варианты
- д) когда ряды распределения имеют как количественные, так и атрибутивные признаки
- е) когда ряды распределения имеют только атрибутивные признаки
- ж) когда нужны точные данные о наличии связи

**007** Коэффициент корреляции по методу квадратов применяется при следующих условиях:

- а) когда нужны лишь ориентировочные данные о наличии связи
- б) когда ряды распределения величины взаимосвязанных признаков имеют только закрытые варианты
- в) когда ряды распределения взаимосвязанных признаков имеют количественное выражение
- г) когда ряды распределения взаимосвязанных признаков имеют открытые варианты
- д) когда ряды распределения имеют как количественные, так и атрибутивные признаки
- е) когда ряды распределения имеют только атрибутивные признаки
- ж) когда нужны точные данные о наличии связи

**008** Между какими из ниже перечисленных признаков может устанавливаться корреляционная связь:

- а) ростом и массой тела у детей
- б) содержанием кислорода в клетках крови и уровнем парциального давления кислорода в легких
- в) уровнем систолического и диастолического давления
- г) частотой случаев хронических заболеваний и возрастом

**009** Коэффициент корреляции между уровнем шума и уровнем снижения слуха с учетом стажа у рабочих механосборочного цеха ( $r_{xy}$ ) равен + 0,91. Установленная связь:

- а) обратная и слабая
- б) обратная и сильная
- в) прямая и слабая
- г) прямая и сильная

**010** Укажите, в каких из ниже перечисленных случаев корреляционная

связь является прямой:

- а) стаж работы на предприятии и уровень профессиональных болезней
- б) выработка гормонов гипофиза и щитовидной железы
- в) количество поглощаемый калорий и избыточный вес тела

**011** Для выявления зависимости между ростом и весом следует использовать:

- а) коэффициент вариации
- б) коэффициент корреляции
- в) критерий достоверности различий
- г) коэффициент регрессии

**012** Функциональная связь имеет место между:

- а) значением радиуса и значением длины окружности
- б) концентрацией пыли в воздухе рабочей зоны и уровнем профессиональных заболеваний
- в) температурой воздуха окружающей среды и уровнем простудных заболеваний

## Литература

1. Богданов А.К., Проценко В.Д. Практические применения современных методов анализа изображений в медицине: Учебное пособие / А.К. Богданов, В.Д. Проценко //М.: РУДН, 2008. – 119с.: ил.
2. Применение методов статистического анализа для изучения общественного здоровья и здравоохранения: учебное пособие для практических занятий/Под ред. В.З. Кучеренко. //М.: ГЭОТАР-Медиа.- 2011.
3. Полунина Н.В. Общественное здоровье и здравоохранение: учебник. - М.: ООО «МИА».- 2010. – 544 с.
4. Медик В.А. Общественное здоровье и здравоохранение: учебник. – 2-е изд. исп. и перер. – М.: ГЭОТАР-Медиа, 2012. – 608с.
5. Лисицин Ю.П. Общественное здоровье и здравоохранение: учебник.-3-е изд. перед.и доп. /Ю.П. Лисицин, Г.Э. Улумбекова Г.Э. // М.: ГЭОТАР-Медиа, 2011.- 544.

**ПРИЛОЖЕНИЕ 1.****Стандартные коэффициенты корреляции, которые считаются  
достоверными (по Л.С. Каминскому)**

<b>Число степеней свободы — 2</b>	<b>Уровень вероятности р (%)</b>		
	<b>95%</b>	<b>98%</b>	<b>99%</b>
1	0,997	0,999	0,999
2	0,950	0,980	0,990
3	0,878	0,934	0,959
4	0,811	0,882	0,917
5	0,754	0,833	0,874
6	0,707	0,789	0,834
7	0,666	0,750	0,798
8	0,632	0,716	0,765
9	0,602	0,885	0,735
10	0,576	0,858	0,708
11	0,553	0,634	0,684
12	0,532	0,612	0,661
13	0,514	0,592	0,641
14	0,497	0,574	0,623
15	0,482	0,558	0,606
16	0,468	0,542	0,590
17	0,456	0,528	0,575
18	0,444	0,516	0,561
19	0,433	0,503	0,549
20	0,423	0,492	0,537
25	0,381	0,445	0,487
30	0,349	0,409	0,449

## ПРИЛОЖЕНИЕ 2

### Таблица значений критерия Стьюдента (t-критерия)

Критические значения коэффициента Стьюдента (t-критерия) для различной доверительной вероятности  $p$  и числа степеней свободы  $f$ :

$f$	$p$							
	0.80	0.90	0.95	0.98	0.99	0.995	0.998	0.999
1	3.0770	6.3130	12.7060	31.820	63.656	127.656	318.306	636.619
2	1.8850	2.9200	4.3020	6.964	9.924	14.089	22.327	31.599
3	1.6377	2.35340	3.182	4.540	5.840	7.458	10.214	12.924
4	1.5332	2.13180	2.776	3.746	4.604	5.597	7.173	8.610
5	1.4759	2.01500	2.570	3.649	4.0321	4.773	5.893	6.863
6	1.4390	1.943	2.4460	3.1420	3.7070	4.316	5.2070	5.958
7	1.4149	1.8946	2.3646	2.998	3.4995	4.2293	4.785	5.4079
8	1.3968	1.8596	2.3060	2.8965	3.3554	3.832	4.5008	5.0413
9	1.3830	1.8331	2.2622	2.8214	3.2498	3.6897	4.2968	4.780
10	1.3720	1.8125	2.2281	2.7638	3.1693	3.5814	4.1437	4.5869
11	1.363	1.795	2.201	2.718	3.105	3.496	4.024	4.437
12	1.3562	1.7823	2.1788	2.6810	3.0845	3.4284	3.929	4.178
13	1.3502	1.7709	2.1604	2.6503	3.1123	3.3725	3.852	4.220
14	1.3450	1.7613	2.1448	2.6245	2.976	3.3257	3.787	4.140
15	1.3406	1.7530	2.1314	2.6025	2.9467	3.2860	3.732	4.072
16	1.3360	1.7450	2.1190	2.5830	2.9200	3.2520	3.6860	4.0150
17	1.3334	1.7396	2.1098	2.5668	2.8982	3.2224	3.6458	3.965
18	1.3304	1.7341	2.1009	2.5514	2.8784	3.1966	3.6105	3.9216
19	1.3277	1.7291	2.0930	2.5395	2.8609	3.1737	3.5794	3.8834
20	1.3253	1.7247	2.08600	2.5280	2.8453	3.1534	3.5518	3.8495
21	1.3230	1.7200	2.2.0790	2.5170	2.8310	3.1350	3.5270	3.8190
22	1.3212	1.7117	2.0739	2.5083	2.8188	3.1188	3.5050	3.7921
23	1.3195	1.7139	2.0687	2.4999	2.8073	3.1040	3.4850	3.7676
24	1.3178	1.7109	2.0639	2.4922	2.7969	3.0905	3.4668	3.7454
25	1.3163	1.7081	2.0595	2.4851	2.7874	3.0782	3.4502	3.7251
26	1.315	1.705	2.059	2.478	2.778	3.0660	3.4360	3.7060
27	1.3137	1.7033	2.0518	2.4727	2.7707	3.0565	3.4210	3.6896
28	1.3125	1.7011	2.0484	2.4671	2.7633	3.0469	3.4082	3.6739
29	1.3114	1.6991	2.0452	2.4620	2.7564	3.0360	3.3962	3.8494
30	1.3104	1.6973	2.0423	2.4573	2.7500	3.0298	3.3852	3.6460

<b>32</b>	1.3080	1.6930	2.0360	2.4480	2.7380	3.0140	3.3650	3.6210
<b>34</b>	1.3070	1.6909	2.0322	2.4411	2.7284	3.9520	3.3479	3.6007
<b>36</b>	1.3050	1.6883	2.0281	2.4345	2.7195	9.490	3.3326	3.5821
<b>38</b>	1.3042	1.6860	2.0244	2.4286	2.7116	3.9808	3.3190	3.5657
<b>40</b>	1.303	1.6839	2.0211	2.4233	2.7045	3.9712	3.3069	3.5510
<b>42</b>	1.320	1.682	2.018	2.418	2.6980	2.6930	3.2960	3.5370
<b>44</b>	1.301	1.6802	2.0154	2.4141	2.6923	3.9555	3.2861	3.5258
<b>46</b>	1.300	1.6767	2.0129	2.4102	2.6870	3.9488	3.2771	3.5150
<b>48</b>	1.299	1.6772	2.0106	2.4056	2.6822	3.9426	3.2689	3.5051
<b>50</b>	1.298	1.6759	2.0086	2.4033	2.6778	3.9370	3.2614	3.4060
<b>55</b>	1.2997	1.673	2.0040	2.3960	2.6680	2.9240	3.2560	3.4760
<b>60</b>	1.2958	1.6706	2.0003	2.3901	2.6603	3.9146	3.2317	3.4602
<b>65</b>	1.2947	1.6686	1.997	2.3851	2.6536	3.9060	3.2204	3.4466
<b>70</b>	1.2938	1.6689	1.9944	2.3808	2.6479	3.8987	3.2108	3.4350
<b>80</b>	1.2820	1.6640	1.9900	2.3730	2.6380	2.8870	3.1950	3.4160
<b>90</b>	1.2910	1.6620	1.9867	2.3885	2.6316	2.8779	3.1833	3.4019
<b>100</b>	1.2901	1.6602	1.9840	2.3642	2.6259	2.8707	3.1737	3.3905
<b>120</b>	1.2888	1.6577	1.9719	2.3578	2.6174	2.8598	3.1595	3.3735
<b>150</b>	1.2872	1.6551	1.9759	2.3515	2.6090	2.8482	3.1455	3.3566
<b>200</b>	1.2858	1.6525	1.9719	2.3451	2.6006	2.8385	3.1315	3.3398
<b>250</b>	1.2849	1.6510	1.9695	2.3414	2.5966	2.8222	3.1232	3.3299
<b>300</b>	1.2844	1.6499	1.9679	2.3388	2.5923	2.8279	3.1176	3.3233
<b>400</b>	1.2837	1.6487	1.9659	2.3357	2.5882	2.8227	3.1107	3.3150
<b>500</b>	1.2830	1.6470	1.9640	2.3330	2.7850	2.8190	3.1060	3.3100

